

# Möbiusband

## Mehr Details

Neun Ameisen, ein verschlungenes Band und zahlreiche staunende Gesichter! So lässt sich das berühmte Bild von M. C. Escher (1898-1972) mit wenigen Worten zusammenfassen (Abb. 1). Die Grafik fasziniert die Menschen bis heute und wirft noch immer spannende Fragen auf: Wie kommen die Ameisen von innen nach außen? Und warum trudeln sie erst nach zwei Runden wieder am Startpunkt ein? Die Antworten auf diese Fragen stecken in der rätselhaft gewundenen Schleife, auf der die Ameisen langsam ihre Wege ziehen. Sie trägt den Namen „Möbiusband“ und wurde 1858 u.a. vom Mathematiker A. F. Möbius (1790-1868) entdeckt.

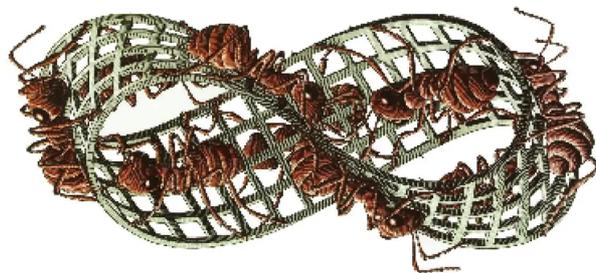


Abb. 1: Möbiusband II von M. C. Escher.

Das Möbiusband ist eine mathematische Fläche, die durch ihre verblüffenden Eigenschaften fasziniert: Sie besteht nur aus einer einzigen Seite und hat nur einen einzigen Rand. Anders als bei einem Ring, bei dem man einfach auf die Außenseite und die Innenseite zeigen kann, stimmen beim Möbiusband „beide“ Seitenflächen überein. Man kann oben und unten nicht unterscheiden, auch wenn man beides zu sehen scheint. Interessanterweise ist das Möbiusband mit seinen außergewöhnlichen Eigenschaften nicht allein! Gehst du in der

Ausstellung einige Schritte weiter, gelangst du zum Exponat „Innen oder außen“, das aus einer „Kleinschen Flasche“ besteht. Zu sehen ist eine „Flasche“, die ihren Hals im Inneren versteckt. Doch gibt es das Innere wirklich? Oder täuscht sich das Auge eventuell nur? Überprüfe es, indem du in die Metallgitterflasche steigst.

Es ist ganz einfach ein Möbiusband selbst zu basteln: Nimm einen schmalen Streifen Papier, drehe ein Ende um  $180^\circ$  und klebe es mit dem anderen Ende zusammen. Schon fertig! Fährst du jetzt mit den Fingern auf dem Band entlang, kannst du die tollsten Eigenschaften entdecken. Plötzlich gelangst du von innen nach außen und wieder nach innen zurück, ohne jemals den Rand zu überfahren. Probiert du das gleiche mit der Kante aus, erreichst du jede Stelle des Randes ohne die Fläche zu überqueren. Stelle dir den Rand vom Möbiusband als Faden vor. Wie sieht er aus? Er ist eine einfache geschlossene Schlaufe. In der Mathematik wird dies auch Unknoten oder Trivialer Knoten genannt.

Auch wenn es Mathematikern erst 2010 gelang, das Möbiusband mit Hilfe von Formeln zu beschreiben, wird es schon seit Jahren praktisch genutzt: Es dient als Förderband am Flughafen oder als Keilriemen in Maschinen und wurde einst sogar als Farbband von Schreibmaschinen eingesetzt. Es hat den großen Vorteil, dass man es „beidseitig“ nutzen kann. Möbiusbänder kommen aber auch in der Natur vor, zum Beispiel in Proteinen von Pflanzen, oder in der Chemie, als ein bestimmtes Knotenmolekül. Nicht zuletzt hat es auch schon zahlreiche Künstler inspiriert. Neben Malern und Grafikern wie M. C. Escher sind es vor allem Modedesigner und Bildhauer, die mit ihren kunstvoll gearbeiteten Möbiusschleifen beeindrucken.

Die Wolfsburgerin Annegret Siemens hat die Handarbeit zu einer mathematischen Kunst entwickelt: Sie strickt Schals in Form eines Möbiusbands in einem Stück (Abb. 2) – also ohne sie zusammenzunähen (wie z.B. bei dem Papierstreifen oben). Dabei variiert sie verschiedenste Muster und Materialien in der immer ähnlichen topologischen Grundform. Wer das selber mal ausprobieren möchte, kann sich Anregungen holen unter:

<http://www.100strickanleitungen.de/moebius-stricken.html>



Abb. 2: Gestrickte Möbiusbänder.