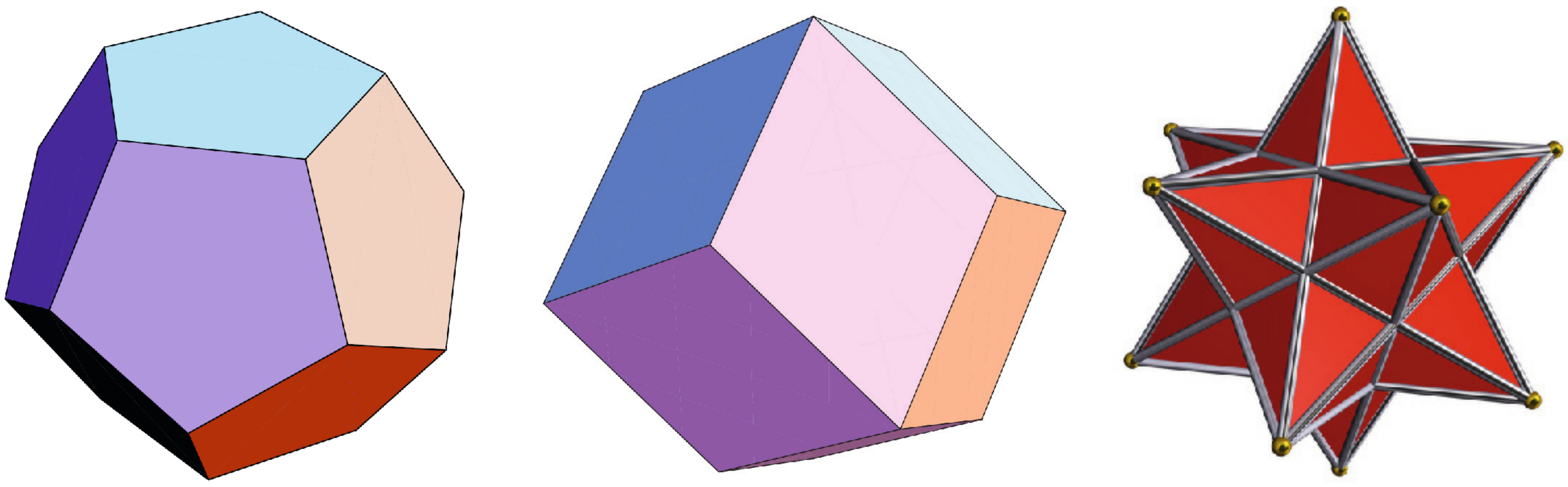
LUST AUF MEHR?

Sternkörper des Rhombendodekaeder

Ein Spaziergang über den Wochenmarkt lässt einem das Wasser im Mund zusammenlaufen. Obst und Gemüse türmen sich dort in leuchtenden Farben auf. Vor allem die Orangen ergeben ein eindrucksvolles Bild: dicht an dicht liegen sie beieinander, zu einer vollkommenen Pyramide geformt. Natürlich weiß jeder Obsthändler sehr genau, wie er uns seine Früchte möglichst verlockend präsentiert. Er muss aber auch darauf achten, möglichst große Mengen aufzubauen. Doch ist der schönste auch immer der platzsparendste Weg? Oder gibt es für Händler die Möglichkeit, seine Ware noch dichter zu platzieren?

Bei diesen Überlegungen könnte ihm ein Mathematiker helfen. Denn Mathematiker haben schon zahlreiche Versuche angestellt, den Raum platzsparend zu füllen. Platzsparend heißt bei ihnen „lückenlos“ und „überschneidungsfrei“. Je nach Körper untersuchen Mathematiker also, wie der gesamte Raum mit Hilfe von diesen Körpern gefüllt werden kann, ohne Luftlöcher zu lassen. Mathematiker nennen das Ergebnis „lückenlose Raumfüllung“. Das einfachste Beispiel sind Würfel. Würfel kann man problemlos auf- und nebeneinander stapeln. Sie fügen sich zusammen ohne die kleinsten Zwischenräume zu lassen. Man kann sich tatsächlich gut vorstellen, wie sie den gesamten dreidimensionalen Raum ganz ohne Lücken zu lassen füllen.



Ein Dodekaeder, rhombischer Dodekaeder und ein gesternter Dodekaeder.

Viel schwieriger wird die Frage, wenn man statt Würfeln kniffligere geometrische Körper wie Sterne oder Kugeln nimmt. Klappt die Stapelei dann auch? Das ist kaum vorstellbar. Die vielen Zacken und Rundungen müssen Lücken lassen! Und doch – es gibt dieses Phänomen. Ein eindrucksvolles Beispiel hierfür ist der sogenannte „Sternkörper des Rhombendodekaeders“. Der Name steht für einen Stern, der als Schnitt‘ gur aus den verlängerten Flächen eines Rhombendodekaeders entsteht (BILD). Mit ein wenig Geschick fügen sich seine 12 Zacken und 42 Dreiecke perfekt zusammen. Sie bilden so eine „Parkettierung“ des Raums, die sich immer weiter fortsetzen lässt. Im Exponat, dem Kletterturm, kann man das Phänomen besonders gut durch einen Blick ins Innere erkennen. Dort kann man erahnen, wie zusätzliche Sterne die Lücken zum Klettern tatsächlich lückenlos füllen.

Für den Obsthändler hätte der Mathematiker vermutlich den ein oder anderen Tipp zur Hand. Aber was würde er im Fall von Orangen tun? Schon ein einziger Blick reicht, um zu erkennen, dass die lückenlose Raumfüllung mit Orangen oder Kugeln unmöglich ist. Hätte der Mathematiker dennoch einen Rat? Keine leichte Frage. Aber es war genau diese Frage, die Suche nach der „dichtesten Kugelpackung“, die vor fast 500 Jahren zu einem der prominentesten mathematischen Probleme aller Zeiten führte. Damals fragte der englische Entdecker Sir Walter Raleigh (ca. 1552-1618) wie man Kanonenkugeln in einem Schi* so stapeln könne, dass möglichst wenig Platz vergeudet wird. Zwar konnte Johannes Kepler ihm 1611 mit seiner berühmten „Keplerschen Vermutung“ eine mögliche Antwort auf die Frage bieten, beweisen konnte er sie aber nicht. Er behauptete: Die Packungsdichte von beliebigen, gleichgroßen Kugeln liegt bei etwa 74%. Die „dichteste“ Anordnung entspricht hierbei grob der Art und Weise, wie auch der Obsthändler seine Orangen packt. Trotz der einfachen Anordnung, hielt Keplers Vermutung hielt die Mathematik auf Trab. Erst 1998, über 300 Jahre später, wurde sie bewiesen. Allerdings nicht von Hand, sondern „nur“ mit Hilfe eines leistungsfähigen Computers.